

# 串聯微米圓球之光子奈米噴流傳播模態的數值分析

劉承揚<sup>1</sup>、王柏凱<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 淡江大學，機械與機電工程學系，新北市

[cyliau@mail.tku.edu.tw](mailto:cyliau@mail.tku.edu.tw)

## 摘要

本文主要研究串聯微米圓球所引起的光子奈米噴流傳播模態，當微米圓球呈線性排列時，會因為光子奈米噴流現象而造成光波傳播模態。本文使用時域有限差分法來建立串聯微米圓球的數值分析模型，其中微米圓球的直徑為 $2\ \mu\text{m}$ 至 $10\ \mu\text{m}$ ，折射率為1.59。我們觀察到光子奈米噴流傳播模態的形成與傳播行為，並計算其衰減速率和傳播損失，此研究結果將有助於解決高科技產業中奈米等級的影像量測與傳輸問題，例如線寬、微粒、光柵、甚至複雜幾何圖案之量測。

關鍵字：光子奈米噴流、微米圓球、傳播模態。

## 1. 前言

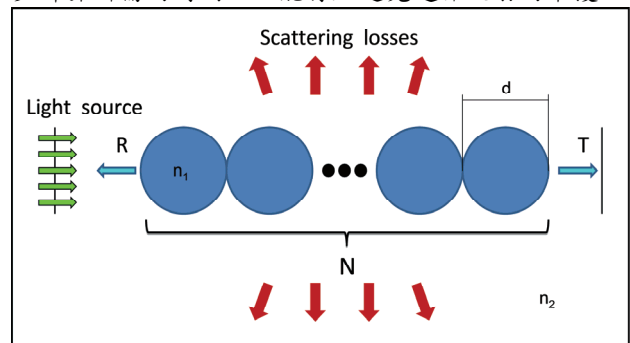
在光子微米結構當中可以使用各種不同的光學物理現象來創造出光波導，例如在層狀結構中的全反射、光子晶體波導中的光子能帶、耦合共振光波導中的高品質共振腔等[1]。近年來，文獻中提出使用球狀或柱狀的空腔排列成線性結構來使得光波在其中傳導[2]，此方法主要根據兩個機制來達成：一種是回音廊模態(Whispering Gallery Mode, WGM)、另一種是將空腔當成週期性耦合的微米透鏡，利用其聚焦特性來達到傳輸效果[3,4]，而這種聚焦效果在微米圓球中可稱之為光子奈米噴流[5,6]，其具有較長的聚焦形狀和次波長的側向解析度。把微米圓球串聯起來，利用圓球與圓球之間的光子奈米噴流來進行光波傳輸，即可稱之為光子奈米噴流傳播模態(Nanojet Induced Mode, NIM)。在實驗量測方面，使用光譜學技術可以觀察到單一直徑的微米空腔的強力耦合WGM以及其能帶結構的影響[7-9]，而在直徑不相同或形狀均不相同的串聯微米球形空腔中亦可以觀察到類似WGM的光學耦合傳輸效果[10,11]。NIM的傳輸特性和WGM是相當不同的，因為NIM不是依靠共振模態來傳輸，而是因為光子奈米噴流的自然聚焦輻射。目前為止，關於NIM還沒有提出完整的研究結果，在文獻中有使用浸潤透鏡來觀察聚焦光束的傳播特性[12]，也有利用互相連接的次微米圓球來觀察其非共振的光學傳輸效果[13]，但在這些文獻之中，NIM的產生原因和傳輸現象還沒有清楚的瞭解。

本文主要研究串聯微米圓球所引起的光子奈米噴流傳播模態，當微米圓球呈線性排列時，會因為光子奈米噴流現象而造成光波傳播模態。本研究使用時域

有限差分法來建立直徑為 $2\ \mu\text{m}$ 至 $10\ \mu\text{m}$ 的串聯微米圓球的數值分析模型，並討論圓球折射率對NIM的影響，並計算其衰減速率，此研究結果將有助於解決高科技產業中奈米等級的影像量測與傳輸問題。

## 2. 數值方法

在許多文獻中已經發展和探討了單一微米圓球所產生散射光的基本理論分析[14]，因為我們需要計算出整個光場的傳播變化，所以本計畫採用時域有限差分法來進行數值計算[15]，時域有限差分法的概念是將麥斯威爾方程式在時間及空間上離散化，進而得到差分方程式。原本連續分佈的電磁場經離散後，在空間中形成網格式的分佈，在時間上可以連續的進行疊代，以求得下一時刻的電磁場分佈，因此使用時域有限差分法可以清楚的分析光波在奈米圓球內外傳遞的情況。使用時域有限差分法模擬電磁波的傳導行為時，計算區域周圍唯一無窮延伸的空間，通常假設為真空或空氣。但由於電腦的記憶體有限，無法給定一個龐大的模擬空間以避免電磁波在計算終止前從邊界上反射回來，因此如何減少電磁波從邊界反射回計算區域是相當重要的。1994年，Berenger修改麥斯威爾方程式，使得能夠給定特殊的吸收性材料，可以有效吸收各種傳遞到邊界的電磁波，以達到在邊界上無反射，稱之為完美匹配層[16]。將此概念應用到時域有限差分法的計算中，可得到相當好的計算效果，並大大地減少計算所需的時間，且能有效避免邊界反射的干擾。



圖一 串聯微米圓球的數值計算模型

本研究團隊已經建立單一微米圓球的散射光數值模型，主要計算空間的面積為 $205\ \mu\text{m} \times 10.5\ \mu\text{m}$ ，完美匹配層放置於主要計算空間的四周，厚度為 $100\ \text{nm}$ ，微米圓球放置於模擬空間的中心位置，採用之格點大小為 $\Delta x = \Delta y = 10\ \text{nm}$ ，入射波長為 $500\ \text{nm}$ 。當微米圓球串聯時，如圖一所示，光波會因為光子奈米噴流現

象而進行傳播，形成傳播模態。本研究將討論影響光子奈米噴流傳播模態的因素，例如微米圓球折射率、環繞微米圓球材料的折射率、光子奈米噴流焦距對傳播的影響、微米圓球串聯的顆數、串聯微米圓球的聚焦效果、穿透率、反射率、波導損失等。

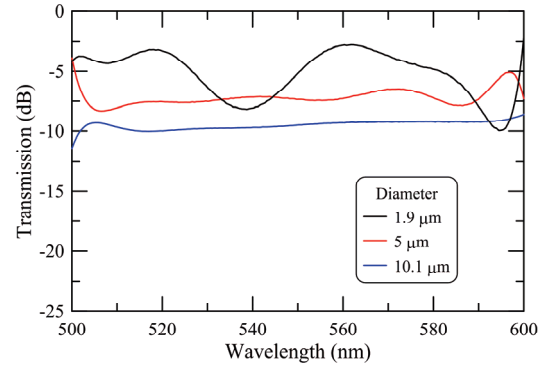
### 3. 數值分析

許多文獻[17]都指出當微米圓球受到光波照射時，在陰影端會產生高能量強度的聚焦效果，稱之為光子奈米噴流。光子奈米噴流的方向是沿著入射光軸方向，而其位置有可能在微米圓球的內部或外部，甚至在圓球的表面上，而控制其位置的主要因素為圓球和圓球周圍環境折射率之比值。當光子奈米噴流產生在圓球的表面上時，它的半高全寬會遠小於入射光波長，因此可以利用微米圓球來達到次波長成像。

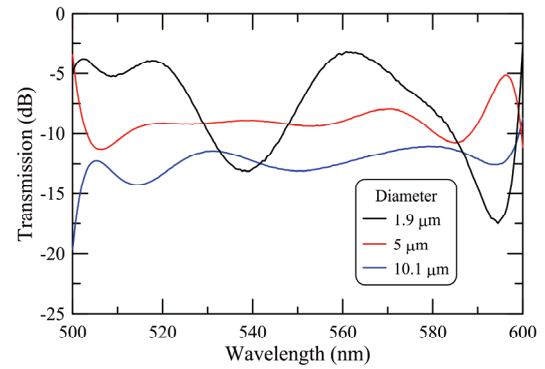
當兩個以上的微米圓球互相耦合的時候，光波會因為光子奈米噴流的原因而進行傳播，因此本研究主要針對此光傳播模態來進行分析。圖一主要定義串聯微米圓球的數值計算參數，其中微米圓球的直徑 $d$ 和折射率 $n_1$ 、串聯的微米圓球數 $N$ 、周圍環境的折射率 $n_2$ 、傳輸率 $T$ 、反射率 $R$ 、散射損失 $L$ 等。我們假設串聯微米圓球周圍環繞的是空氣，意即 $n_2 = 1$ ，如此一來，控制圓球的折射率就可以改變光子奈米噴流的位置，因為其位置對於光傳播模態的影響很大，所以我們假設圓球的折射率為 $n_1 = 1.59$ 。在入射光波長方面，因為本研究要探討光波的傳輸效果，所以我們假設入射的光波範圍為500 nm至600 nm，而圓球直徑則假設三種直徑，分別為1.9  $\mu\text{m}$ 、5  $\mu\text{m}$ 、10.1  $\mu\text{m}$ ，以便跟往後的實驗量測數據比較。

圖二為串聯微米圓球的傳輸效率，其中微米圓球數分別為 $N = 10$ 和 $N = 20$ 。從圓球數目來看，圓球數目越少，傳輸效率越高，例如在直徑為1.9  $\mu\text{m}$ 和入射光波長都為560 nm時， $N = 10$ 的傳輸效率為-2.5 dB，而 $N = 20$ 的傳輸效率為-3.2 dB。從圓球直徑來看，直徑越小，傳輸效率越高，例如當 $N = 10$ 時，直徑為10.1  $\mu\text{m}$ 和入射光波長為560 nm時的傳輸效率為-12.4 dB，其值遠低於相同條件下直徑為1.9  $\mu\text{m}$ 的傳輸效率。由傳輸效率頻譜中可看出，直徑較小時，其光傳播模態對於波長較為敏感，亦即傳輸效率隨著入射波長起伏較大，因此小直徑(1.9  $\mu\text{m}$ )的串聯微米圓球較適合用來傳輸單一波長，而大直徑(10.1  $\mu\text{m}$ )的串聯微米圓球較適合用來多波長傳輸。

圖三為串聯微米圓球的反射率，其中微米圓球數分別為 $N = 10$ 和 $N = 20$ 。從圓球數目來看，圓球數目越多，反射率越高，例如在直徑為1.9  $\mu\text{m}$ 和入射光波長都為548 nm時， $N = 10$ 的反射率為-11 dB，而 $N = 20$ 的傳輸效率為-12.5 dB。由反射率頻譜中亦可看出，直徑較小時，串聯微米圓球較適合用來傳輸單一波長，可當成帶通濾波器，而大直徑的串聯微米圓球較適合用來多波長傳輸，可當成寬頻波導。

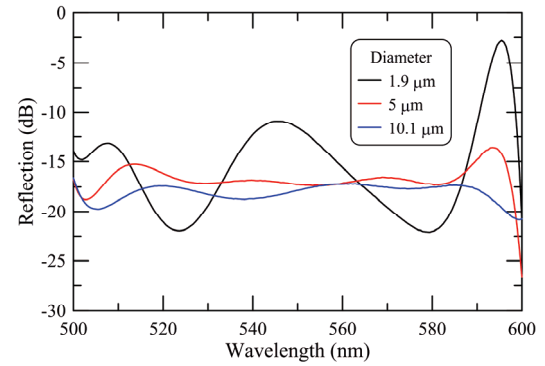


(a)  $N = 10$

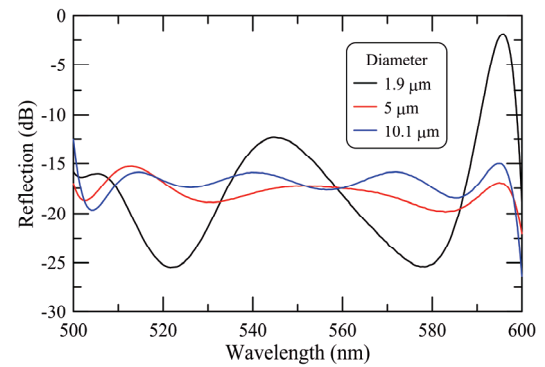


(b)  $N = 20$

圖二 串聯微米圓球的傳輸效率



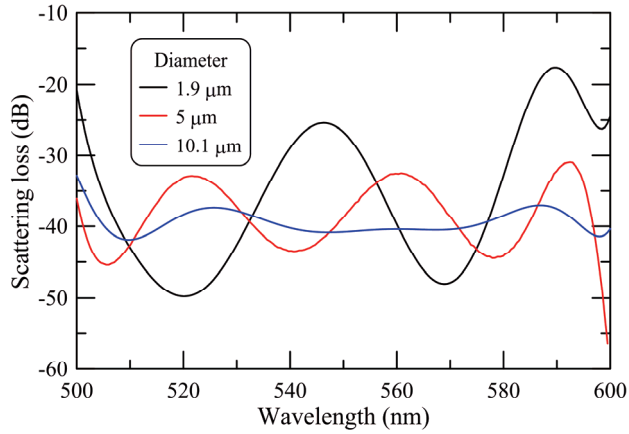
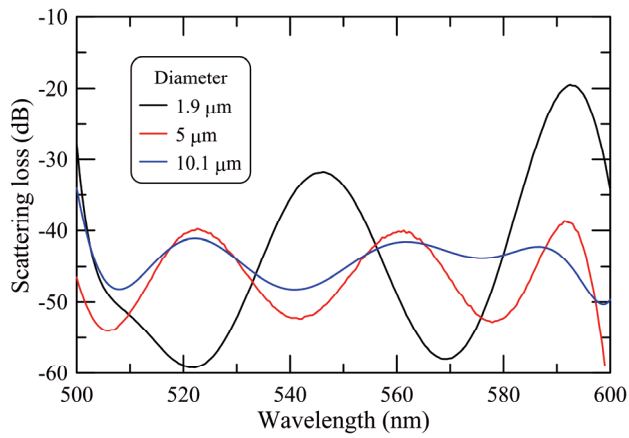
(a)  $N = 10$



(b)  $N = 20$

圖三 串聯微米圓球的反射率

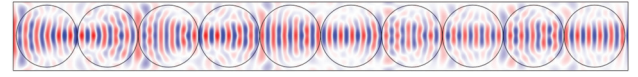
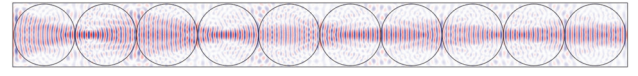
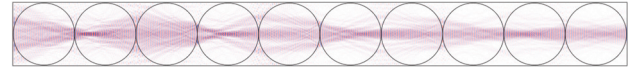
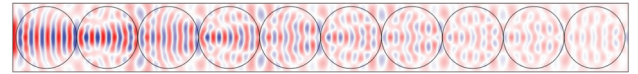
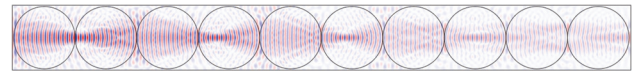
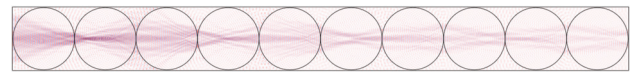
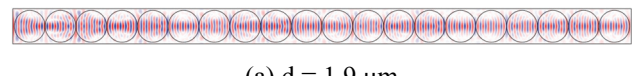
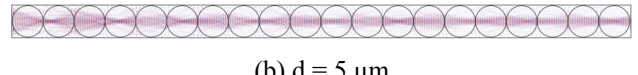
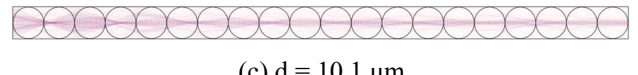
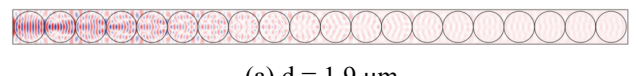
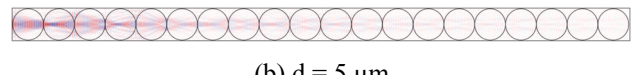
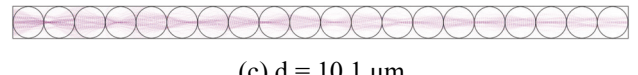


(a)  $N = 10$ (b)  $N = 20$ 

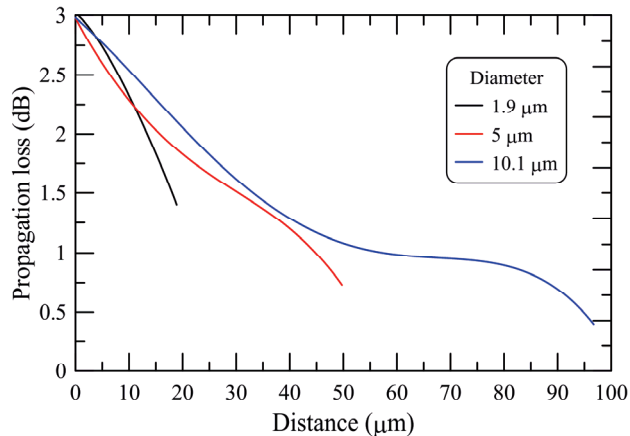
圖四 串聯微米圓球的散射損失

為了更瞭解串聯微米圓球的光波耦合效率，我們還計算出沿著線性串聯微米圓球光軸方向的散射損失頻譜，如圖四所示。從圓球數目來看，圓球數目越多，散射損失越高。從圓球直徑來看，小直徑串聯微米圓球的散射損失隨著入射光波長的變化較大，而大直徑串聯微米圓球的散射損失則比較不受入射光波長影響，此計算結果與傳輸效率和反射率頻譜的結果一致，另外，圓球數目的多寡對散射損失的影響較少。

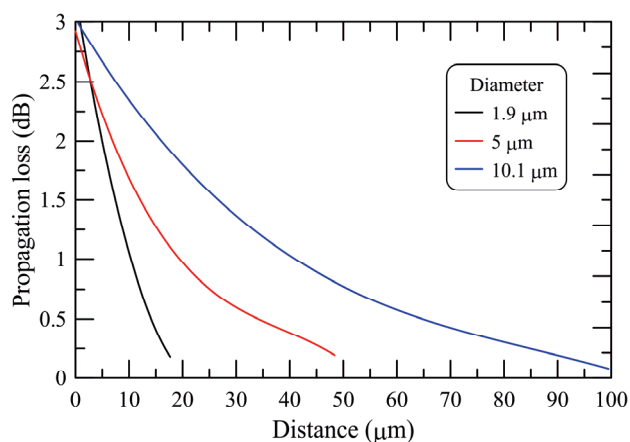
圖五至圖八為不同圓球直徑在不同圓球數目的線性排列下以及不同入射光波長傳遞時，NIM的高和低傳播模態之電場圖。從光波的電場分佈圖可以清楚的看出，入射光波會被第一個接觸到的微米圓球先聚焦，然後再被第二個接觸到的微米圓球擴展為平行光，如此週期反覆形成傳播模態，因此，當圓球數目為奇數時，光波在串聯微米圓球的末端會聚焦，而當圓球數目為偶數時，光波在串聯微米圓球的末端會是平行光輸出。從高傳播模態電場圖可以看出，光波在串聯微米圓球之中完美的傳導，因此而形成完美的NIM傳播模態，而在低傳播模態中，因為此光波長不適合在該直徑大小的串聯微米圓球中傳遞，因此光波衰減的很快，傳輸效率較差。

(a)  $d = 1.9 \mu\text{m}$ (b)  $d = 5 \mu\text{m}$ (c)  $d = 10.1 \mu\text{m}$ 圖五  $N = 10$ 下串聯微米圓球的高傳播模態電場圖(a)  $d = 1.9 \mu\text{m}$ (b)  $d = 5 \mu\text{m}$ (c)  $d = 10.1 \mu\text{m}$ 圖六  $N = 10$ 下串聯微米圓球的低傳播模態電場圖(a)  $d = 1.9 \mu\text{m}$ (b)  $d = 5 \mu\text{m}$ (c)  $d = 10.1 \mu\text{m}$ 圖七  $N = 20$ 下串聯微米圓球的高傳播模態電場圖(a)  $d = 1.9 \mu\text{m}$ (b)  $d = 5 \mu\text{m}$ (c)  $d = 10.1 \mu\text{m}$ 圖八  $N = 20$ 下串聯微米圓球的低傳播模態電場圖

為了要更清楚的瞭解光波在高低傳播模態的衰減情況，本文也計算出串聯微米圓球的衰減率，如圖九所示。當圓球直徑 $d = 1.9 \mu\text{m}$ 且圓球數目 $N = 10$ 時，高傳播模態在串聯微米圓球末端的能量仍有1.44 dB，其斜率為-0.09，而低傳播模態在串聯微米圓球末端的能量便衰減至0.23 dB，其斜率為-0.17。



(a) 高傳播模態



(b) 低傳播模態

圖九  $N = 10$  下串聯微米圓球的衰減率

#### 4. 結論

本文使用時域有限差分法來計算模擬串聯微米圓球的光子奈米噴流傳播模態，數值結果顯示在適當的條件下，NIM確實可以有效的傳播光波，此成果將可用於高科技產業中奈米級影像的量測與傳輸問題。

#### 5. 誌謝

感謝國科會的計畫支持(NSC 101-2221-E-032-009)，使本研究得以順利進行，特此致上感謝之意。

#### 6. 參考文獻

- [1] A. Yariv, Y. Xu, R. K. Lee, and A. Scherer, "Coupled-resonator optical waveguide: a proposal and analysis," *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 711-713, 1999.
- [2] Z. Chen, A. Taflove, and V. Backman, "Highly efficient optical coupling and transport phenomena in chains of dielectric microspheres," *Opt. Lett.*, vol. 31, pp. 389-391, 2006.
- [3] S. Deng, W. Cai, and V. N. Astratov, "Numerical study of light propagation via whispering gallery modes in microcylinder coupled resonator optical

waveguides," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 6468-6480, 2004.

- [4] A. V. Kanaev, V. N. Astratov, and W. Cai, "Optical coupling at a distance between detuned spherical cavities," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 88, pp. 111111, 2006.
- [5] Z. Chen, A. Taflove, and V. Backman, "Photonic nanojet enhancement of backscattering of light by nanoparticles: a potential novel visible-light ultramicroscopy technique," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 1214-1220, 2004.
- [6] S. Lecler, Y. Takakura, and P. Meyrueis, "Properties of a three-dimensional photonic jet," *Opt. Lett.*, vol. 30, pp. 2641-2643, 2005.
- [7] T. Mukaiyama, K. Takeda, H. Miyazaki, Y. Jimba, and M. Kuwata-Gonokami, "Tight-binding photonic molecule modes of resonant bispheres," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 4623-4626, 1999.
- [8] Y. Hara, T. Mukaiyama, K. Takeda, and M. Kuwata-Gonokami, "Heavy photon states in photonic chains of resonantly coupled cavities with supermonodispersive microspheres," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, pp. 203905, 2005.
- [9] M. Möller, U. Woggon, and M. V. Artemyev, "Coupled-resonator optical waveguides doped with nanocrystals," *Opt. Lett.*, vol. 30, pp. 2116-2118, 2005.
- [10] V. N. Astratov, J. P. Franchak, and S. P. Ashili, "Optical coupling and transport phenomena in chains of spherical dielectric microresonators with size disorder," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 85, pp. 5508-5510, 2004.
- [11] S. P. Ashili, V. N. Astratov, and E. C. H. Sykes, "The effects of inter-cavity separation on optical coupling in dielectric bispheres," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 9460-9466, 2006.
- [12] D. Terris, H. J. Mamin, D. Rugar, W. R. Studenmund, and G. S. Kino, "Near-field optical data storage using a solid immersion lens," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 65, pp. 388-390, 1994.
- [13] T. Fujimura, K. Edamatsu, T. Itoh, R. Shimada, A. Imada, T. Koda, N. Chiba, H. Muramatsu, and T. Ataka, "Scanning near-field optical images of ordered polystyrene particle layers in transmission and luminescence excitation modes," *Opt. Lett.*, vol. 22, pp. 489-491, 1997.
- [14] H. C. Van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles*, Dover, 1981.
- [15] A. Taflove, and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method*, Artech House, Boston, 1998.
- [16] J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *Journal of Computational Physics*, vol. 114, pp. 185-200, 1994.
- [17] A. Heifetz, S.-C. Kong, A. V. Sahakian, A. Taflove, and V. Backman, "Photonic nanojets," *J Comput Theor Nanosci*, vol. 6, pp. 1979-1992, 2009.